

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

по теме:

«Аксиомы стереометрии и простейшие
следствия из них»

Составитель: Ю.С. Радченко

Ставрополь, 2011

- Преподаватель: Радченко Юлия Сергеевна
- ФГКОУ «Ставропольское президентское кадетское училище», г. Ставрополь
- Предмет: математика
- Тип урока: усвоение новых знаний

Аннотация

Это занятие является первым в изучении темы: «Прямые и плоскости в пространстве». Урок предназначен для учащихся 11 классов. Новизна данного урока - это использование при изучении данной темы программного обеспечения 3ds max. Что позволит преподавателю внедрить инновационные технологии в образовательный процесс.

**Великая книга природы может быть прочитана
только теми, кто знает язык, на котором
она написана, и этот язык – математика.**

Итальянский математик и физик
Галилео Галилей (1564-1642)

Вдохновение нужно в геометрии не меньше, чем в поэзии.
Русский поэт *А.С.Пушкин (1799-1837)*

Методические рекомендации.

Математика: кризис или триумф?

Можно с уверенностью сказать, что преподаватель математики в своей работе постоянно сталкивается с различными трудностями и проблемами: как научить логично мыслить, правильно ставить вопросы, искать аналогии, а главное – как сделать учебный процесс интересным и актуальным. Попытки решить эти проблемы традиционными методами не дают желаемого результата, не способствуют развитию творческой личности.

Во-первых: информатика позволяет усилить познавательную деятельность студентов, воспитывает алгоритмическую культуру. Наконец, для информатики математика является не только материнской наукой, сама информатика неуклонно математизируется.

Интеграция информатики с другими предметами позволяет развить методологические принципы российского образования:

- *Принцип адаптивности;*
- *Принцип развития;*
- *Принцип психологической комфортности.*

Методическая цель данного занятия – демонстрация, отработка приемов и методов формирования ключевых компетенций, с использованием приемов и методов активизации мыслительной деятельности. Ведь как показывают исследования, у учеников преобладает конкретно-действенное мышление, так называемое практическое мышление. И предпочтение, по результатам теста, было отдано таким формам организации занятий как: групповые, парные, практические и лабораторные работы, игровые формы. На данном занятии используются: игровые технологии, работа в учебно-творческих бригадах, компьютерное моделирование, исследовательские технологии. Технология обучения в сотрудничестве в значительной мере может быть реализована при групповой работе с использованием компьютера. Построение компьютерных моделей как нельзя лучше

подходят для совместной работы в группах. Все члены группы заинтересованы в результате, поэтому неизбежно взаимообучение не только по предмету, но и по вопросам информационных технологий. При этом не требуется одинакового уровня владения техническими средствами, в процессе совместной работы происходит совершенствование практических навыков более «слабых» учеников.

Первые занятия по стереометрии, посвященные изучению основных фактов о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве, имеют важнейшее значение в процессе развития общих компетенций. От того, насколько глубоко и неформально будет усвоен материал первой темы, зависит успешное изучение всего курса стереометрии. Как известно, именно в изучении начал стереометрии наблюдаются существенные трудности. Они вызваны рядом причин:

1. Необходимым условием успешного изучения стереометрии является достаточно высокий уровень развития пространственного воображения учеников. Однако, как правило, ученики недостаточно готовы к восприятию курса стереометрии, для успешного изучения которого необходим определенный запас трехмерных представлений, умений «отрываться» от плоских представлений и постоянно «выходить» в трехмерное пространство. В процессе длительного изучения планиметрии в условиях, когда отсутствуют даже эпизодические обращения к трехмерным образам, вырабатываются устойчивые двумерные стереотипы пространственного мышления, которые мешают им мыслить трехмерными образами.
2. На первых занятиях стереометрии вводятся неопределяемые понятия, аксиомы, первоначальные следствия из них, новые понятия и теоремы. Успешное усвоение этого материала возможно при высоком уровне развития логического мышления студентов. К этому моменту они должны иметь отчетливое представление об аксиоматическом методе построения геометрии. Известно, что и это условие выполняется не в достаточной степени.
3. Первая тема стереометрии насыщена большим числом фактов, не громоздких, но логически сложных доказательств, требующих запоминания. Из-за этого ученикам трудно представить себе основное содержание темы, выделить, что же в ней самое важное. Если вдуматься в существо этой темы, то станет ясно, что главное в ней — это аксиомы стереометрии, три непосредственных следствия из них, определяющих способы задания плоскости. В процессе изучения стереометрии ученики должны овладеть важным способом доказательства — способом от противного. Таким образом, начала стереометрии легко обозримы и могут быть построены по такой схеме: аксиомы стереометрии и следствия из них, взаимное расположение прямых в пространстве, взаимное расположение прямой и плоскости, взаимное расположение двух плоскостей.

Раздел геометрии, в котором изучаются свойства неплоских фигур, т. е. таких фигур, не все точки которых принадлежат одной и той же плоскости, называют стереометрией. Слово «стереометрия» составлено из двух греческих слов: «стерео» — пространственный, «метрео» — мерю. Она излагается точно так же, как и планиметрия.

1. Перечисляются первичные (неопределяемые) понятия стереометрии.
2. Формулируются аксиомы стереометрии первоначальные свойства неопределяемых понятий, принимаемые без доказательства.
3. С опорой на первичные понятия и аксиомы вводятся новые понятия, формулируются и доказываются теоремы стереометрии.

Возведенная таким образом логически безупречная система понятий, аксиом и вытекающих из них теорем составляет содержание стереометрии. Развитие ее на такой основе не ограничено.

В изучаемом курсе стереометрии вводятся четыре первичных понятия: точка, прямая, плоскость, расстояние от точки до точки. Хотя эти понятия не определяются, можно достаточно четко представить себе пространственные модели точки, прямой и плоскости. Например, представление о плоскости дает хорошо отполированная верхняя поверхность стола, мысленно продолженная во всех направлениях. Расстояние же между двумя точками — величина. Если выбрать единицу измерения, то каждым двум различным точкам можно поставить в соответствие положительное число — расстояние между ними. Если точки эти совпадают, то расстояние между ними принимается равным нулю. Плоскость не имеет границ.

Реальные физические предметы являются моделями неплоских фигур, все они имеют три измерения. Поэтому изучение стереометрии имеет важное значение как для осознания и изучения реального мира, частью которого мы являемся, так и для практики, применение в дальнейшей профессиональной деятельности:

- поиск и отбор информации, в частности, связанной с познавательными личными интересами, самообразованием и профессиональной ориентации;
- подготовке и проведении выступления, участия в коллективном обсуждении, фиксации его хода и результатов
- умение вести дискуссию
- способность перерабатывать растущую массу информации;
- владение информационными технологиями;
- умение находить и анализировать информацию из различных источников.

ПЛАН ЗАНЯТИЯ

Дисциплина: Алгебра

Тема: «Аксиомы стереометрии и простейшие следствия из них»

Вид занятия: урок.

Тип урока: усвоение новых знаний

Разработчик: преподаватель математики, информатики - Радченко Ю.С.

Место занятия в системе занятий по дисциплине:

Это занятие является первым в изучении темы: «Прямые и плоскости в пространстве».

Изучается после темы «Тригонометрические функции»

Методологическая задача:

1. Отработка приемов и методов формирования ключевых компетенций в формировании специалиста, с использованием приемов и методов активизации мыслительной деятельности студентов.
2. Развитие общих компетенций:
 1. Системно – деятельностных.
 - 1.1 Владение методами поиска.
 - 1.2 Гибкость мышления.
 2. Компетенции самоорганизации и самоуправления.
 3. Компетенция самостоятельного познания деятельности.
 - 3.1 способность учиться
 - 3.2 владение методами познания
 3. Готовность к социальному взаимодействию.

Внутридисциплинарные связи:

Опережающая связь: темы «Векторы на плоскости и в пространстве», «Геометрические тела и их поверхности»

Межпредметные связи:

1. Информатика «Технология обработки графической информации»
2. Физика «Теория относительности»
3. Русский язык «Стилистика русского языка»

ЦЕЛИ:

Обучающая

- **Обеспечить:**
 - углубление, закрепление полученных знаний и умений после изучения планиметрии;
 - изучение пространственных аксиом и стереометрические аналоги планиметрических аксиом;
 - познакомить с историей развития геометрии и биографией Евклида.
 - закрепление, совершенствование знаний и умений, применение их на практике, через доказательство теорем.

Развивающая:

- **Способствовать:**
 - развитию навыков самостоятельной работы;
 - развитию понятийного аппарата;
 - развитию навыков самоконтроля;
 - развитию памяти, внимания,
 - развитию образного, пространственного и логического мышления.

- развитию умений наблюдать, сравнивать.

Воспитательная:

- стимулирование потребностей в самообразовании;
- формирование умения работы в коллективе, слушать, и анализировать ответы товарищей, аргументировано высказывать свои мысли;
- воспитание математической и информационной культуры;
- воспитание трудолюбия.

Мотивационная:

- побудить интерес к изучению математики;

Квалификационные требования:

Ученик должен:

знать:

- основные аксиомы планиметрии;
- логическое строение стереометрии;
- основные понятия стереометрии;
- аксиомы стереометрии и следствия из них;

уметь:

- выполнять стереометрические чертежи;
- вести доказательства, опираясь на основные понятия и аксиомы стереометрии.

иметь представление:

- о графическом редакторе 3ds max

Методы и приёмы обучения:

I. Активные методы

направленные на первичное овладение знаниями, способствуя развитию мышления, познавательных интересов и способностей:

1. Неимитационные:

1.1 Проблемно – поисковые:

- самостоятельный поиск ответов на вопросы, предложенные для обсуждения;
- самостоятельная работа с дополнительной литературой по подбору фактов, доказательств по теме урока. (в т.ч. дополнительной литературы, INTERNET).

1.2 Информационно – развивающие:

- Подготовка сообщений;
- Заполнение ОЛС.

1.3 Репродуктивные:

- репродуктивный диалог;
- выполнений заданий по алгоритму.

Обеспечение и оборудование к занятию:

- карточки-задания;
- опорно-логическая схема «Структура геометрии»;
- учебник «Геометрия» А. В. Погорелов Москва, «Просвещение», 2001г.
- чертежные принадлежности;
- персональный компьютер;
- программа для построения трехмерного изображения;
- мультимедийная презентация «Невозможные тела»
- рейтинговая карточка студента;
- оценочная ведомость.

Литература:

Основная:

1. Погорелов А.В «Геометрия» 7-11 кл. М.: Просвещение, 2000г.
2. «Большая математическая энциклопедия» М.: ОЛМА ПРЕСС, 2004 г.

Дополнительная:

1. Материалам сайта "Невозможный мир" (Интернет)
2. Дж. Тимоти Анрах «Удивительные фигуры».

Подготовительный этап

1. Подготовить сообщение, используя дополнительный материал по темам:
 - «История развития геометрии. Сущность аксиоматического метода»
 - о Создание слайдов в программе Microsoft PowerPoint.
 - «Биография Евклида»
2. Повторить аксиомы планиметрии.
3. Формирование УТБ.
4. Бригадирам УТБ отработать приемы работы в графическом редакторе 3ds max.

Ход занятия (45+45мин)

Сдвоенный урок

I. Организационный момент. (3 мин)

- Проверка готовности к занятию;
- Сообщение темы и целей занятия;
- Сообщение форм работы и критерии оценок.(см. Оценочный лист)

II. Вступительное слово преподавателя. (2 мин)

Мы продолжаем изучать предмет «геометрия», но, мы выходим на другой уровень геометрии – стереометрию. Сегодня нам предстоит узнать, почему этот раздел изучается отдельно, какие задачи нам предстоит решать и, наконец, с помощью каких теоретических основ эти задачи будут решаться.

III. Анализ самостоятельной работы по теме «Решение тригонометрических уравнений и неравенств» (5 мин)

IV. Актуализация опорных знаний: (15мин)

Форма проведения:

1. Экскурс в историю «Зарождение и становление геометрии»
2. Игра «Аналогия»

Связь с дисциплиной «Русский язык»

Задание:

Найти аналогию (фразеологизм) предложенным словам или словосочетаниям и установить закономерность. (см. приложение1)

Цели:

1. Формирование общих компетенций:
 1. Умение слушать
 2. Умение работать в команде
 3. Способность учитывать точки зрения и интересы других

4. Письменная и устная коммуникация
 5. Системное понимание переноса знаний
 6. Базовые знания в различных областях
 7. Гибкость мышления
 8. Способность брать на себя ответственность
2. Выделить основные понятия геометрии – точка, прямая и плоскость.

Комментарии преподавателя	Вопросы ученикам
Аналогия (аналог) – сходство в каком-нибудь отношении между явлениями, предметами, понятиями.	<ol style="list-style-type: none"> 1. На, что вы обратили внимание в ходе выполнения этого задания? К какому выводу мы пришли? (<i>простейшие фигуры планиметрии: точка, прямая</i>) 2. Хватит ли нам этих простейших фигур в стереометрии? (<i>плоскость</i>)
Фразеологизм – яркое образное средство языка, поэтому большая часть их носит разговорный характер и употребляется в устной речи и в художественной литературе (<i>напр.: шито белыми нитками</i>)	<ol style="list-style-type: none"> 3. Как вы думаете, в чем состоит главное отличие между разделами геометрии «планиметрией» и «стереометрией»?
Экскурс в историю «Основные понятия в геометрии Евклида»	
Аксиома, теорема	4. Определяется логическая структура стереометрии

V. Сообщение новых знаний.

(40 мин)

Форма проведения:

1. Экскурс в историю
2. Заполнение опорно-логической схемы
3. Решение упражнений
4. Выполнение практического задания «Лист Мебиуса».
5. Доказательство следствий из аксиом стереометрии.

Цели:

- изучение пространственных аксиом и стереометрические аналоги планиметрических аксиом;
- познакомить с историей развития геометрии и биографией Евклида.
- закрепление, совершенствование знаний и умений, применение их на практике, через доказательство теорем.
- **Формирование общих компетенций:**
 - Умение слушать;
 - Умение работать в команде;
 - Способность устной презентации;
 - Искусство риторики;
 - Способность к анализу и синтезу;
 - Базовые знания;
 - Исследовательские навыки;
 - Способность к критике и самокритике (заполнение рейтинговой карты студента)
 - Менеджмент знания.

План:

1. Основные аксиомы стереометрии

2. Простейшие следствия из аксиом стереометрии.

Наряду с точкой, прямой и плоскостью в стереометрии рассматривают геометрические тела, изучают их свойства, вычисляют площади их поверхностей и рассчитывают объемы. Представление о геометрических телах дают окружающие нас предметы.

Появилось новое для нас понятие - «тело», и сразу с ним появляется термин «поверхность тела». Выясним, в чем заключается отличие между ними.

Напомню вам, что в отличие от реальных предметов геометрические тела являются воображаемыми объектами (т.е. они идеализируют окружающие нас предметы: консервная банка – цилиндр, капля дождя – шар и т.д.).

Мы с вами определяем любое тело как «отдельное» пространство. А способствует этому *граница тела* – т.е. это и есть поверхность тела, отделяющая его от остального пространства. Изучая свойства геометрических фигур – воображаемых объектов, мы получаем представление о геометрических свойствах реальных предметов. И можем использовать эти свойства в практической деятельности.

Очень интересным вопросом в геометрии является вопрос о существовании «невозможных фигур». Остановимся немного на этом вопросе

5.1 Экскурс в историю. *Презентация* «Невозможные тела».

Со свойствами тел мы познакомимся намного позже. Еще раз напоминаю, что одной из важнейших задач стереометрии является выяснение взаимного расположения простейших фигур. И это мы сейчас и рассмотрим, перейдя к изучению аксиом стереометрии.

5.2 Задание:

Сформулируйте, изобразив символически аксиомы планиметрии, и занесите их в ОЛС «*Аксиомы геометрии*».
(см. приложение 2)

Ученики заносят в ОЛС	Вопросы преподавателя
Аксиомы планиметрии	Еще раз прочитайте аксиомы планиметрии, обратите внимание на то, что описывает каждая из них. Постарайтесь выяснить, какие аксиомы нам необходимы в стереометрии? Что они должны описывать? (<i>Первое, что должно появиться - это сама плоскость. Далее мы должны знать отношение прямой и плоскости. Т.е. две первые аксиомы стереометрии задают расположение «старых» и «новой» фигур, значит еще должны быть аксиомы, которые зададут расположение «новых» фигур, т.е. плоскостей.</i>)
Аксиомы стереометрии	Попробуйте, используя основные понятия стереометрии сформулировать её аксиомы. Вводятся способы символического обозначения плоскости.
Мы рассмотрели вопросы взаимного расположения плоскости и прямой, расположение плоскостей в пространстве, познакомились с аксиомами стереометрии, которые задают возможность существования (или проведения) плоскости. Но являются ли эти способы задания плоскости единственными или нет? Это и предстоит нам дальше выяснить.	

5.3 Закрепление материала:

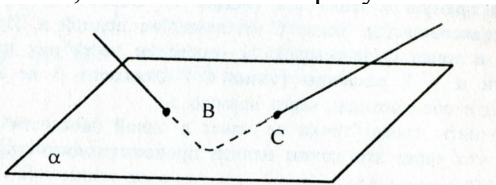
- Решение задачи № 2.
- Выполнение практического задания

Сейчас мы с вами совершим открытие, которое сделал в 1858 году лейпцигский профессор Август Фердинанд Мебиус (ученик К. Ф. Гаусса) в возрасте 68 лет, а помогла ему служанка, которая неправильно сшила концы ленты. У вас на столе такие ленточки (полоски бумаги). BC
 AD

Задание:

- УТБ склеивают полоску так, чтобы
 1. совпали А и D, В и С,
 2. совпали А и С, В и D. Рассмотрите, что у вас получилось.

5.4 Следствия из аксиом.

Вопросы ученикам	Действие учеников
	Доказательство теоремы 15.1
1. Каково может быть взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве?	Доказательство теоремы 15.2, 15.3
2. Если прямая не лежит в плоскости, то может ли она пересечь плоскость ровно в 2-х точках, как показано на рисунке? 	Доказательство теоремы 15.4 (самостоятельно внеаудиторно)

Слайд 1

3. Закрепление материала:

1. Форма проведения: компьютерное моделирование.

Связь с дисциплиной «Информатика»

Цели:

- Закрепление изученного материала;
- Формирование общих компетенций:
 - Способность перерабатывать растущую массу информации и владение информационными технологиями;
 - Навыки работы с компьютером;
 - Способность учиться
 - Менеджмент времени;
 - Общая образованность;
 - Гибкость мышления.

План:

1. Инструктаж по выполнению компьютерного моделирования.
2. Выполнение задания.

Задание:

1. Используя, инструментарий программы 3ds max., постройте пирамиду; обратите внимание на её изображение в разных плоскостях.
2. Проведите моделирование второй аксиомы стереометрии.
3. Постройте скрещивающиеся прямые.(опережающее задание)
4. Докажите, что плоскость разбивает пространство на два полупространства.

2. Тестирование. (см. приложение № 3)

VI. Подведение итогов:

- Комментарий работы студентов.
- Выставление оценок.

VII. Задание для самостоятельной внеаудиторной работы.

1. А. В. Погорелов «Геометрия», учебное пособие для средней школы, Москва, «Просвещение», 2001г. § 15 .
- Ответить на контрольные вопросы,
 - решить номера № 10,11.



Игра «Аналогия»

Найти аналогию (фразеологизм) предложенным словам или словосочетаниям и установить закономерность.

	Двоеточие
	Направление, образ действия, взглядов
Линейная функция	
плоскость	
	уточнить
Точка отсчета	
	Одна из форм существования бесконечно развивающейся материи
	Протяженность, Место, не ограниченное видимыми пределами
	Предел, при котором вещество из одного состояния переходит в другое
	Упорно действовать в одном направлении
	Чье-нибудь мнение о чем-нибудь
Точку ставить рано	
линия	
	Определенное место в пространстве
Дойти до точки	

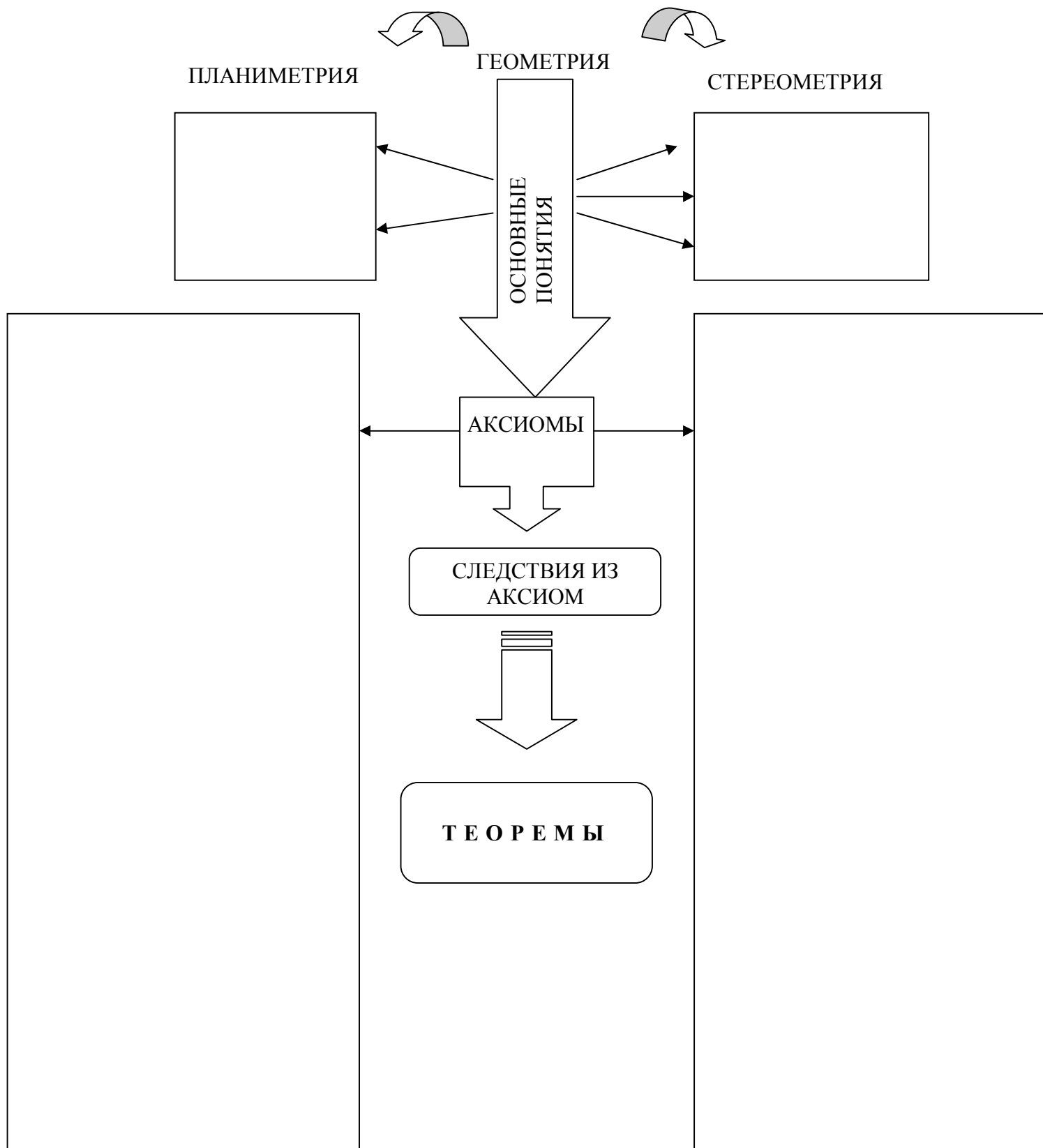
Две точки	Двоеточие
точка	Направление, образ действия, взглядов
Линейная функция	Функция изменение, которой пропорционально изменению аргумента
плоскость	Поверхность, имеющая два измерения
Поставить «точку» над «и»	уточнить
Точка отсчета	
пространство	Одна из форм существования бесконечно развивающейся материи
пространство	Протяженность, Место, не ограниченное видимыми пределами
Точка плавления, точка кипения и т.п.	Предел, при котором вещество из одного состояния переходит в другое
«бить» в одну точку	Упорно действовать в одном направлении
Точка зрения	Чьё-нибудь мнение о чём-нибудь
Точку ставить рано	Разговор ещё не окончен
линия	Черта, определяющая направление Расположение ч.-л. В один ряд
точка	Определенное место в пространстве
Дойти до точки	Дойти до крайности

Определения, изложенные в «Началах» Евклида:

1. Точка есть то, что не имеет частей.
2. Линия есть длина без ширины.
3. границы линии есть точки.
4. Прямая есть такая линия, которая одинаково расположена по отношению ко всем своим точкам.
5. Поверхность есть то, что имеет не только длину и ширину.
6. Границы поверхности суть линии.
7. плоскость есть поверхность, которая одинаково расположена по отношению ко всем прямым, на ней лежащим.

(Такие определения нельзя считать логически корректными)

АКСИОМЫ ГЕОМЕТРИИ



ТЕСТ

«Аксиомы стереометрии и простейшие следствия из них»

задание: заполни пустые клетки.

8. Определение, не требующее доказательства

9. Впишите недостающий элемент в логической структуре стереометрии:

, аксиомы, теоремы.

10. сколько плоскостей можно построить ч/з две точки?

11. Две прямые пересекаются в

12. какова бы ни была плоскость существуют принадлежащие ей и ей не принадлежащие.

13. Вычеркните лишний элемент: β, ϕ, γ .

Рейтинговая карта

№	Задание	Баллы	итоги
	Подготовил сообщения		
1	Списал	1	
2	Выполнил с помощью преподавателя	7-8	
3	Выполнил	9-10	
4	Не выполнил	-10	
	Аналогия		
1	Активно работал	9-10	
2	Работал активно, но ошибался	6-8	
3	Работал пассивно	3-5	
4	Не работал, но внимательно следил за выполнением задания	1-2	
5	Занимался своими делами	0	
	Основная часть урока		
1	Работал активно, все задания выполнял с объяснением	9-10	
2	Выполнял задания с помощью преподавателя и мог дать объяснения.	6-8	
3	Задание выполнял без объяснений, опираясь на подсказки преподавателя.	3-5	
4	Работал пассивно, списывал с доски.	1-2	
5	Занимался своими делами	0	
	Самостоятельная работа, тест, п/р.		
1	Решена верно, самостоятельно.	9-10	
2	Решена самостоятельно с ошибкой	6-8	
3	Решено самостоятельно, но неверно	3-5	
4	Списано	1-2	
5	Не выполнено	0	

ОЦЕНОЧНАЯ ВЕДОМОСТЬ

№ УТБ Фамилия, имя	Подготовительный этап	Работа на занятии	рейтинг	тест	итог

Критерии оценок:

- «5» - 70- 65 баллов;
- «4» - 64 - 50 баллов;
- «3» - 49 - 35 баллов;
- «зачтено» - 35 – 25 баллов
- «2» - ниже 25 баллов.